

## مقایسه روشهای حل عددی در برخورد قائم و مورب پرنده

رضا هدایتی<sup>۱</sup>، سعید ضیایی راد<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶. szrad@cc.iut.ac.ir

**چکیده-** تصادم بین پرنده و هواپیما که به عنوان "برخورد پرنده" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرنده از سه روش لاگرانژ، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده (SPH) و اویلر-لاگرانژ اختیاری (ALE) استفاده شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم و با نتایج تجربی مقایسه شده است. برای مقایسه نتایج، نحوه تغییر شکل مدل پرنده و نمایه فشار در مرکز برخورد با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان داد که هر سه روش لاگرانژ، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده و اویلر-لاگرانژ اختیاری به خوبی می‌توانند نمودار فشار آزمون‌های عملی را چه در برخورد عمود و چه در برخورد مورب پیش‌بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرنده را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی می‌کنند. کوتاهی زمان حل، نداشتن پارامترهای زیاد و دشوار و نیز مواجهه‌نشدن با خطاهای عددی شایستگی بهتر روش SPH را در مدل‌سازی برخورد پرنده نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد.

**کلیدواژگان:** برخورد قائم و مورب پرنده، روش لاگرانژ، روش اویلر-لاگرانژ اختیاری، روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده

## Comparison of numerical methods in perpendicular and inclined bird strike events

R. Hedayati<sup>1</sup>, S. Z. Rad<sup>2\*</sup>

1- M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.

2- Prof., Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.

\*P.O.B. 84156-83111, Isfahan, Iran. szrad@cc.iut.ac.ir

**Abstract-** Collisions between a bird and an aircraft, known as "bird strike event" is a common and dangerous phenomenon in aviation industry. In this study, three numerical methods namely Lagrange, Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) and Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) have been implemented in order to investigate bird strike incident. The results have been compared with each other and also with experimental data. In order to compare the results obtained from three methods, pressures at the center of impact and also deformation of bird models have been compared. Results indicate that all the three methods are able to predict the pressure at the center of impact almost accurately in both perpendicular and inclined impacts. In addition to that all the methods are able to predict same deformation of bird at particular time intervals. Shorter solution time, not having much parameters to deal with and low probability of numerical errors make the SPH method as a good candidate to analyze bird strike problems.

**Keywords:** Perpendicular and inclined bird impact, Lagrangian method, SPH method, ALE method

## ۱- مقدمه

تغییر شکل‌ها و جابه‌جایی‌ها بزرگ، قیود از نوع تماسی و رفتار ماده از نوع الاستیک-پلاستیک است.

## ۲- شبیه‌سازی عددی

از اواخر دهه ۸۰ میلادی، کدهای المان محدود صریح<sup>۴</sup> برای طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرنده به کار رفته‌اند. این کدها از شیوه‌های المان محدود مختلفی برای مدل‌سازی پدیده برخورد بهره‌برده‌اند، که از آن جمله می‌توان: شیوه لاگرانژ، شیوه اویلر، شیوه لاگرانژ-اویلری انتخابی<sup>۵</sup> و اخیراً شیوه هیدرودینامیک ذره‌ای هموار شده<sup>۶</sup> را نام برد. شیوه لاگرانژ بیشتر برای توصیف حرکت مواد جامد به کار می‌رود. اما مشکل آنجاست که برای تحلیل مساله برخورد پرنده، استفاده از شیوه لاگرانژ می‌تواند منجر به از دست رفتن جرم پرنده شود، چرا که رفتار مایع‌گونه پرنده در این برخورد، منجر به اعوجاج<sup>۷</sup> در المان‌ها می‌شود. از آنجا که اندازه گام‌زمانی با کوچک‌ترین بعد کوچک‌ترین المان نسبت مستقیم دارد، اعوجاج المان‌ها اندازه گام‌زمانی را به سمت صفر میل می‌دهد و حل را واگرا می‌کند. برای اجتناب از واگرا شدن محاسبات المان‌های دچار اعوجاج شده را از شبیه‌سازی حذف می‌کنند و همین امر است که منجر به از دست رفتن مقداری از جرم پرنده می‌شود. از دست رفتن جرم پرنده در شبیه‌سازی، ممکن است مقدار نیروهای وارده بر سطح هدف را به اشتباه کاهش دهد. با این حال، شیوه لاگرانژ دارای مزیت‌های زیادی نسبت به شیوه دیگری به نام شیوه اویلری می‌باشد. در شیوه اویلر، پرنده برای برخورد با سازه هدف، درون شبکه اویلری جریان می‌یابد. المان‌های پرنده، نیرو را توسط الگوریتم درگیری<sup>۸</sup> ALE به المان‌های هدف وارد می‌کنند. در هر دو مورد، مدل هدف توسط المان‌های لاگرانژی شبکه‌بندی می‌شود. در روش ALE، شبیه‌سازی به سه مرحله لاگرانژی، اویلری و هموارسازی<sup>۹</sup> تقسیم می‌شود. به این دلیل است که در شیوه ALE، ماده اجازه تغییر شکل بسیار بیشتری نسبت به شیوه

تصادم بین پرنده و هواپیما که به عنوان "برخورد پرنده" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. سطوح خارجی یک هواپیما از جمله آشیانه موتور<sup>۱</sup>، سرپوش کابین<sup>۲</sup>، شیشه جلو، لبه جلویی بال و دم<sup>۳</sup>، پروانه موتورها و... در معرض برخورد پرنده قرار دارند. در یک دوره ۱۵ ساله (۱۹۹۰-۲۰۰۴)، ۵۹۱۹۶ برخورد پرنده با هواپیماهای مسافربری به سازمان هوایی آمریکا گزارش و در پایگاه داده‌ای "برخورد حیات وحش" ثبت شدند. از سال ۱۹۸۸، برخورد حیات وحش با هواپیما بیش از ۱۹۴ نفر را کشته و بیش از ۱۶۳ هواپیما را نابود کرده است. در ایالات متحده، آسیب مالی ناشی از برخورد پرنده بیش از ۶۰۰ میلیون دلار در سال است [۱]. گفتنی است که هر سال که می‌گذرد، بر تعداد برخوردهای پرنده با هواپیما و به تبع هزینه‌ی سالیانه ناشی از آن افزوده می‌شود [۱]. این امر صنایع هواپیما سازی را بر آن داشته است که هواپیماهایی مقاوم‌تر در برابر پرندگان بسازند. لذا پیش از آن که به هواپیماها اجازه ورود به ناوگان هوایی داده شود، باید مقاومت اجزای مختلف آن‌ها در برابر برخورد پرندگان مورد تایید مقامات و یا سازمان‌های هوایی معتبر قرار گیرد.

از آنجا که گرفتن تاییدیه از طریق آزمایش عملی نیاز به مدت‌ها برنامه‌ریزی دارد و نیز انجام آن مشکل و هزینه‌بر است، شبیه‌سازی‌های عددی می‌توانند کمک شایانی در طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرندگان داشته باشند. بنابراین برای درست پیش‌بینی کردن نحوه آسیب در اجزای هواپیما در یک حادثه برخورد پرنده، نیاز به ایجاد مدل عددی قابل اتکا به خوبی احساس می‌شود. این مدل عددی باید بتواند به درستی نحوه آسیب و مقدار نیروهای تولیدی در اثر برخورد را پیش‌بینی کند. یک شیوه مناسب برای مدل‌سازی عددی، استفاده از نرم‌افزارهای المان محدود صریح است، چرا که این نرم‌افزارها از پس تحلیل هندسه‌های پیچیده و نیز تحلیل‌های غیرخطی گذرا به خوبی برمی‌آیند زیرا در مساله برخورد پرنده

4. Explicit

5. Arbitrary Lagrangian Eulerian

6. Smoothed Particle Hydrodynamics

7. Element Distortion

8. Coupling Algorithm

9. Smoothing

1. Nacelle

2. Canopy

3. Leading Edge

این نوع فرمولاسیون بیشتر برای مواد جامد کاربرد دارد. از ویژگی‌های مثبت این نوع فرمولاسیون آن است که اعمال شرایط مرزی در آن آسان است، چرا که گره‌های مرزی روی مرزهای ماده باقی می‌مانند. یکی دیگر از مزیت‌های این روش آن است که بررسی پیشینه هر جز از ماده آسان است، چرا که برای بررسی پیشینه هر ذره کافیست که پیشینه زمانی نزدیک-ترین گره به آن را بررسی کنیم. بزرگترین اشکال روش لاگرانژ، امکان به‌وجود آمدن نتایج نادقیق در صورت تغییر شکل‌های خیلی بزرگ است.

مکان اولیه یک ذره را  $X$  (مختصات لاگرانژی) و مکان کنونی ذره را  $x$  می‌نامیم. برای فرمولاسیون لاگرانژ توصیف حرکت عبارت است از:

$$x = \varphi(X, t) \quad (1)$$

که در آن  $\varphi(X, t)$  نگاشت بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه است. جابه‌جایی هر نقطه از ماده از اختلاف بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه آن به دست می‌آید:

$$u(X, t) = \varphi(X, t) - X = x - X \quad (2)$$

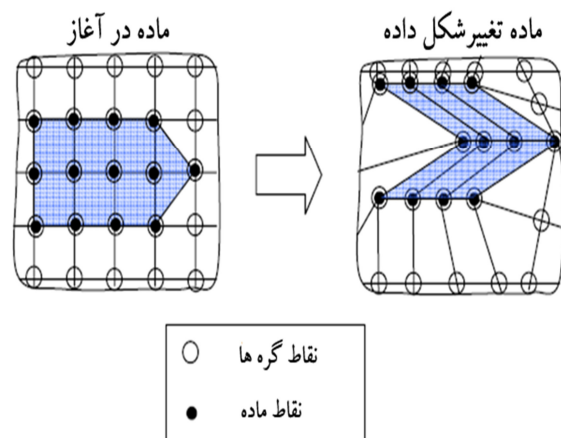
## ۲-۲- روش اویلری<sup>۱</sup>

پیش از تشریح روش اویلری-لاگرانژی (ALE) لازم است توضیح کوتاهی راجع به روش اویلری ارائه گردد. در فرمولاسیون اویلری شبکه در فضا ثابت می‌ماند و همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، ماده در درون شبکه جاری می‌شود. از آنجا که شبکه حرکت نمی‌کند و تغییر شکل نمی‌دهد لذا یکی از مشکلات اصلی روش لاگرانژ که همان اعوجاج بیش از حد المان-هاست، به‌وجود نمی‌آید. از این روش بیشتر برای شبیه‌سازی سیالات استفاده می‌شود، اگرچه در مواردی در شبیه‌سازی جامدات نیز کاربرد داشته‌است. دو اشکال بزرگ این روش دشواری دنبال کردن سطوح مادی و نیز دنبال کردن پیشینه

لاگرانژ دارد و لذا زمان حل مورد نیاز آن نیز از شیوه لاگرانژ بالاتر است. روش SPH، روش دیگری است که اخیراً برای حل مساله برخورد پرنده استفاده می‌شود. این روش در واقع نوعی روش لاگرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا ولی موثر بر هم جایگزین می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییر شکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییر شکل‌ها بزرگ و پیچیده‌اند. از آنجا که این روش در واقع نوعی روش لاگرانژ تغییر یافته است، می‌توان آن را به راحتی با نرم‌افزارهای کدنویسی معمول پیوند داد. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرنده از هر سه روش استفاده شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم مقایسه شده است.

## ۲-۱- روش لاگرانژ

تفاوت فرمولاسیون‌های گوناگونی که برای تحلیل المان محدود وجود دارند در مختصات مرجعی که برای توصیف حرکت استفاده می‌شود و نیز در نوع معادلات حاکم می‌باشد. روش لاگرانژ از مختصات مادی (که به عنوان مختصات لاگرانژی هم شناخته می‌شود) به عنوان مرجع استفاده می‌کند. گره‌های شبکه لاگرانژ به اجزای ماده مورد بررسی متصل‌اند و لذا هر گره، یک جز از ماده را دنبال می‌کند، که در شکل ۱ قابل مشاهده است.



شکل ۱ نحوه تغییر شکل در شبکه‌بندی به روش لاگرانژ

1. Eulerian

دگرگونی مواد است. پیگیری این دو مورد نیاز به محاسبات بیشتری نسبت به روش لاگرانژ دارد و زمان حل را بالا می‌برد.

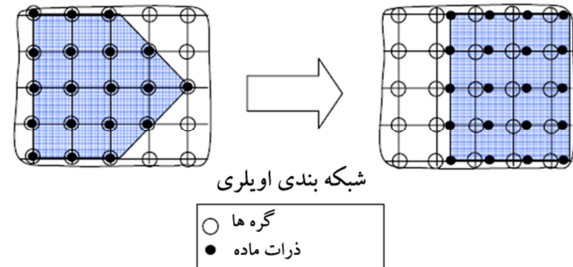
رابطه بین مختصات مادی و مختصات ALE همان‌طور که در شکل ۲-۶ نمایش داده شده است از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{u}(\bar{x}, t) = \bar{x} - \bar{X} \quad (4)$$

که در آن:  $\bar{\psi} = \hat{\varphi}^{-1} \circ \varphi$ . در شکل ۳ نحوه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاگرانژ، اویلری و ALE مقایسه شده است.

$$\bar{\chi} = \hat{\varphi}^{-1}(\hat{\varphi}(\bar{X}, t), t) = \bar{\psi}(\bar{X}, t) \quad (5)$$

توصیف حرکت در فرمولاسیون اویلری



شکل ۲ توصیف حرکت در فرمولاسیون اویلری

توصیف حرکت اویلری توسط نگاشت معکوس حرکت لاگرانژی بیان می‌شود:

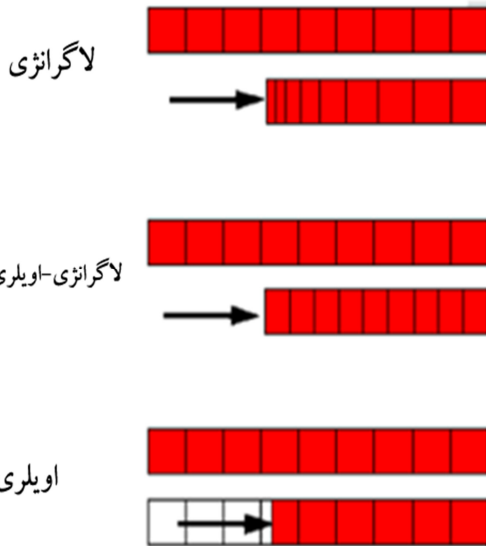
$$X = \varphi^{-1}(x, t) \quad (3)$$

این روش مختصات مادی را برحسب مختصات فضایی بیان می‌کند.

### ۲-۳- روش اویلری-لاگرانژی انتخابی (ALE)

روش ALE همان‌طور که از نامش برمی‌آید، ترکیبی از روش‌های لاگرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به نحوی تنظیم می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازم است همچون مرزهای آزاد به ماده مقید می‌شود، در غیر این صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل هستند. کاربر باید شبکه را به گونه‌ای تنظیم کند که با تغییر شکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل شود. این موضوع مهم‌ترین اشکال این روش است، چرا که کاربر باید در زمینه انتخاب شبکه، مجرب و کارآزموده باشد.

در این روش، مختصات مرجع با  $\bar{\chi}$  نمایش داده می‌شود. موقعیت ذره با رابطه  $\bar{\chi} = \varphi(\bar{X}, t)$  و موقعیت شبکه با رابطه



شکل ۳ مقایسه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاگرانژ، اویلری و ALE

### ۲-۴ روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموار شده (SPH)

روش SPH در واقع روش لاگرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا ولی موثر بر هم جایگزین می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییر شکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییر شکل‌ها بزرگند. از آنجا که این روش در واقع

فیزیکی هر نقطه توسط فاصله‌اش از آن نقطه و نیز جرم آن ذره تعیین می‌شود. در حد، هنگامی که طول هموارسازی به صفر میل می‌کند ( $h \rightarrow 0$ ) تابع هموارکننده کرنل، به تابع دلتا تبدیل می‌شود.

یکی از مشکلات در SPH آن است که این روش نیاز به حافظه و پردازشگر قوی دارد چرا که حجم محاسبات در آن بسیار بالاست. یکی دیگر از مشکلات این روش پیچیدگی در ایجاد شرایط مرزی است، چرا که ذرات ممکن است به مرزها نفوذ کرده و از دقت حل بکاهند. ذرات متحرک به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(x_i(t), m_i(t))_{i \in P} \quad (6)$$

که در آن  $P$  تعداد ذرات،  $x_i(t)$  موقعیت ذرات و  $m_i(t)$  جرم ذرات را نشان می‌دهد. لاکوم<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۱ [۴] میزان تغییر در وزن را با رابطه زیر نشان داد:

$$\frac{dm_i}{dt} = \nabla \cdot V(x_i, t) m_i \quad (7)$$

همان طور که می‌دانیم یکی از جنبه‌های اصلی در روش SPH کرنل هموارکننده است. ابتدا لازم است که تابع بی‌اسپلاین مکعبی معین<sup>۶</sup> را معرفی کنیم:

$$\theta(y) = \alpha_1 \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}y^2 + \frac{3}{4}y^3 & y \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - y)^3 & 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & y \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن  $\alpha_1$  به بعد و شکل تابع کرنل بستگی دارد، در دو بعد:  $\alpha_1 = \frac{10}{7\pi}$  لاکوم [۵] کرنل هموارکننده را به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$W(x_i - x_j, \bar{h}) = \frac{1}{\bar{h}} \theta\left(\frac{x_i - x_j}{\bar{h}}\right) \quad (9)$$

که در آن  $\bar{h}$  طول هموارسازی<sup>۷</sup> است (منظور از علامت بار روی  $h$ ، میانگین آن است). به طور کلی، ویژگی دلخواه  $A(x_i)$

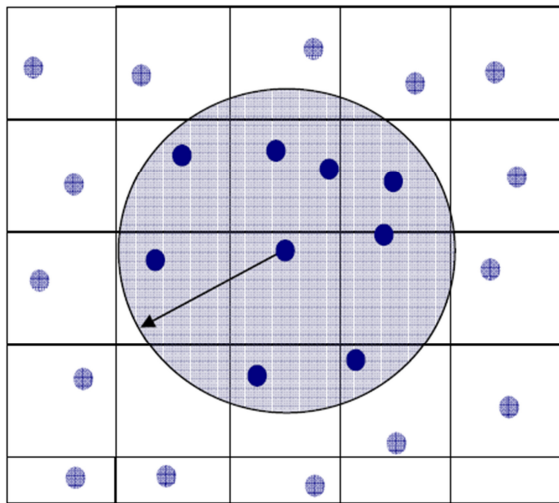
نوعی روش لاگرانژ تغییر یافته است، می‌توان آن را به راحتی با نرم افزارهای کدنویسی معمول پیوند داد بدون آنکه با مشکلات متداول ایجاد شده در سطوح ماده که در روش اویلری به وجود می‌آید مواجهه شد. این روش برای اولین بار توسط لوسی<sup>۱</sup> مطرح شد [۲] و گینگولد و موناگان<sup>۲</sup> از آن برای حل مسائل اخترفیزیک استفاده کردند [۳]. اخیراً این روش در حل سایر مسایل فیزیکی در مکانیک پیوسته، شبیه‌سازی تصادف و شکست نرم و ترد در جامدات نیز کاربرد پیدا کرده است. به دلیل نبود شبکه در این روش، این روش شبیه‌سازی بسیاری از مسایل را که در گذشته به دلیل تغییر شکل‌های بزرگ چالشی بزرگ در المان محدود به شمار می‌رفتند امکان پذیر کرده است. یکی دیگر از مزیت‌های روش SPH این است که به دلیل نبود شبکه، امکان حل مسایل با هندسه‌های پیچیده وجود دارد.

در این فرمولاسیون، ماده (معمولاً سیال) توسط مجموعه‌ای از ذرات متحرک معرفی می‌شود، که هر کدام از این ذرات نماینده یک نقطه درون‌یابی هستند. سپس با استفاده از یک تابع درون‌یابی، می‌توان تمام ویژگی‌های ماده را در تمام نقاط به دست آورد. در این روش جسم به عنوان مجموعه‌ای از ذرات (نقاط درون‌یابی) معرفی می‌شود که از نظر مکانی از هم مستقلند. معادلات پایستگی انرژی، جرم و مومنتوم در مکانیک پیوسته، توسط "تابع هموارکننده کرنل"<sup>۳</sup> از شکل پاره‌ای به شکل انتگرالی تغییر فرم می‌یابند.

تابع هموارکننده کرنل، هر متغیر فیزیکی میدانی (ویژگی‌های ترمودینامیکی و هیدرودینامیکی) را در هر نقطه از فضا تخمین می‌زند. این تابع به ذرات مختلف با توجه به فاصله‌ای که از نقطه مورد بررسی در فضا دارند، وزن می‌دهد. معمولاً در اطراف هر نقطه شعاعی به نام طول هموارسازی<sup>۴</sup> تعریف می‌شود. ویژگی‌های فیزیکی هر ذره توسط جمع‌زدن آن ویژگی در تمام ذراتی که درون طول هموارسازی قرار گرفته‌اند، به دست می‌آید (اصطلاحاً گفته می‌شود: ویژگی‌های مختلف ماده در هر ذره توسط تابع کرنل "هموار" می‌شود). نقش هر ذره در ویژگی

1. Lucy  
2. Gingold and Monaghan  
3. Smoothing Kernel Function  
4. Smoothing Length

5. Lacombe  
6. Auxiliary cubic B-spline function  
7. Smoothing Length



شکل ۴ ذرات همسایه با یک ذره که درون کره‌ای به شعاع  $2h$  قرار دارند.

برای اجتناب از مشکلات حاصل از فشردگی و انبساط ماده، بهتر است که طول هموارسازی متغیر باشد. راهکار طول هموارسازی متغیر، توسط بنز<sup>۱</sup> توسعه یافت. ایده اصلی راهکار او این است که برای صحت بودن تخمین متغیرهای پیوسته، لازم است که تعداد کافی ذرات در همسایگی هر ذره وجود داشته باشد. به همین دلیل طول هموارسازی می‌تواند در زمان و مکان تغییر یابد. چنانچه طول هموارسازی ثابت باشد، انبساط ماده منجر به شکست عددی می‌شود و برعکس، فشردگی ماده می‌تواند تا حد زیادی سرعت حل را پایین بیاورد.

نرخ زمانی تغییر طول هموارسازی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{3} \bar{h} \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (13)$$

برای برقراری این معادله، جرم درون همسایگی باید ثابت بماند. برای داشتن بازده در محاسبات، یک کمینه و یک بیشینه برای طول هموارسازی در نظر می‌گیرند. معمولاً برای کمینه،  $0.2$  طول هموارسازی اولیه و برای بیشینه  $2$  برابر طول هموارسازی اولیه را در نظر می‌گیرند. تا پایان حل، طول هموارسازی همواره بین این دو مقدار خواهد بود.

در هر ذره توسط مقدار تخمینی هموارشده آن یعنی  $A^h(x_i)$  معرفی می‌شود. ویژگی دلخواه هموارشده  $A^h(x_i)$  در هر ذره  $i$  توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A^h(x_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (10)$$

گرادیان این تابع با اعمال اپراتور مشتق روی طول هموارسازی به دست می‌آید:

$$\nabla A^h(x_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} \nabla W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (11)$$

در اوایل، همواره در روش SPH، طول هموارسازی در تمام شبیه‌سازی ثابت در نظر گرفته می‌شد. به هر حال، نشان داده شده است که بهتر است هر ذره با توجه به تعداد ذراتی که در نزدیکی آن وجود دارد، طول هموارسازی مربوط به خود را داشته باشد. لذا در فرمول‌های بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\bar{h} \rightarrow h(x_i) \quad (12)$$

در روش SPH، دانستن آن که کدام یک از ذرات مجاور بر هر ذره اثر می‌کنند، مهم است. به همین دلیل لاکوم در سال ۲۰۰۱ یک روش جستجوی همسایه برای ذرات را توسعه داد. هر ذره تنها بر آن ذراتی در همسایگی اثر می‌کند که درون کره‌ای به شعاع  $2h$  قرار داشته باشند که طول هموارسازی است. در شکل ۴ یک ذره و ذرات همسایه با آن که درون کره‌ای به مرکز ذره و شعاع  $2h$  قرار دارند، نشان داده شده است. در طی فرایند جستجوی همسایه، در هر گام زمانی، فهرست کردن ذراتی که در درون کره قرار می‌گیرند نیز مهم است. اگر سیستم ما دارای  $N$  ذره باشد، آنگاه لازم است که  $(N - 1)$  مقایسه فاصله صورت بگیرد. اگر این مقایسه برای هر ذره صورت بگیرد، آنگاه تعداد کل مقایسه‌ها در هر گام زمانی  $N(N - 1)$  خواهد بود.

1. W. Benz

### ۳- مدل پرنده

تاکنون در مطالعات مختلف برای مدل کردن پرنده در روش المان محدود از مدل‌های مختلفی همچون بیضی‌گون، استوانه دوسر تخت و استوانه دوسر کروی استفاده شده است. اعتبار یک مدل عددی پرنده، از طریق مقایسه نمودار فشار اعمالی بر سطح صلب در آن شبیه‌سازی با نمودار تجربی متناظر سنجیده می‌شود. ارولدی و کچیون<sup>۱</sup> در سال ۲۰۰۵ توسط نرم‌افزار پم-کرش<sup>۲</sup> بر روی بهترین روش مدل‌سازی پرنده تحقیقاتی را انجام دادند [۶]. آن‌ها پرنده‌هایی با تخلخل، نسبت طول به قطر و سر(انتهای)<sup>۳</sup> مختلف را مدل کردند و نمودارهای فشار حاصل از مدل‌های خود را با نمودار فشار برخورد پرنده واقعی مقایسه کردند تا بهترین مدل را برای پرنده برگزینند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که پرنده با انتهای نیم‌کروی و نسبت طول به قطر ۲ بهترین مدل برای شبیه‌سازی پرنده واقعی است. لذا در این تحقیق نیز برای مدل کردن پرنده، از استوانه دوسر کروی با نسبت طول به قطر ۲ و جنس ژلاتین استفاده می‌شود. شکل ۵ نمایی از مدل پرنده‌ای مورد استفاده را نشان می‌دهد.

از آنجا که بیشتر بافت بدن پرندگان، از آب تشکیل شده است، برای پرنده، می‌توان از مدل متشکل‌های با پاسخ هیدرودینامیکی مشابه آب بهره برد. ساختار آناتومی پرنده، شامل حفره‌های داخلی زیادی از جمله شش‌ها و کیسه‌های هوایی مختلفی است که چگالی پرنده را بدون در نظر گرفتن پرها، از ۱۰۰۰ به ۹۰۰ تا ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب کاهش می‌دهند [۷، ۸].

یکی دیگر از مزیت‌های ارتباط دادن پرنده با آب آن است که در آن می‌توان همچون آب از معادله حالت (EOS<sup>۴</sup>) برای بیان رابطه فشار-چگالی ماده بهره‌برد. برای آب از معادلات حالت مختلفی استفاده می‌شود: معادله حالت چندجمله‌ای، جدولی و گرونیسن. در مورد معادله حالت بهینه تحقیقاتی صورت گرفت و معادله حالت گرونیسن به عنوان معادله حالت بهینه برای این پژوهش انتخاب شد. این معادله‌ی حالت، رابطه فشار-حجم را بسته به آن‌که ماده فشرده یا منبسط شده است، به دو شکل بیان می‌کند. برای ماده فشرده‌شده، معادله حالت گرونیسن به صورت زیر بیان می‌شود:

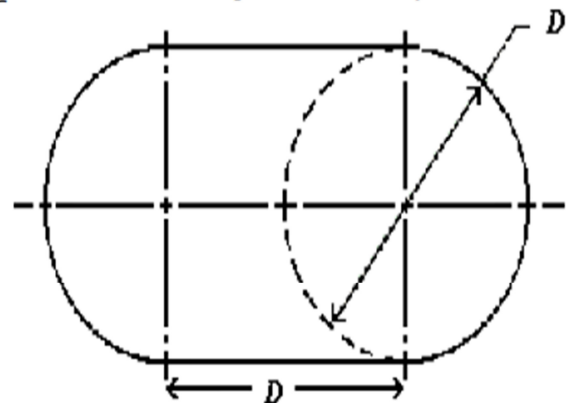
$$P = \frac{\rho_0 C^2 \mu [1 + (1 - \frac{\gamma_0}{2}) \mu - \frac{a}{2} \mu^2]}{[1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}]^2} + (\gamma_0 + a \mu) E \quad (14)$$

و برای حالت منبسط‌شده:

$$P = \rho_0 C^2 \mu + (\gamma_0 + a \mu) E \quad (15)$$

که در آن‌ها C تقاطع منحنی  $v_s - v_p$ ؛  $\gamma_0$ ؛  $S_1$ ؛  $S_2$  و  $S_3$  ضرایب شیب منحنی  $v_s - v_p$ ؛  $\gamma_0$  گامای گرونیسن؛ a اصلاح حجم مرتبه اول  $\gamma_0$  و  $\mu = \rho / \rho_i - 1$  است. برای آب از  $C = 1480$ ،  $S_1 = 1.92$  و  $\gamma_0 = 0.1$  استفاده شد و سایر پارامترها برابر صفر قرار داده شدند.

برای پرنده از یک استوانه دو سر کروی به جرم یک کیلوگرم و چگالی متوسط ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب استفاده شد. قطر استوانه برابر ۰/۰۹۳۴ متر و طول استوانه دوسر کروی برابر ۰/۱۸۶۸ متر قرار داده شد.

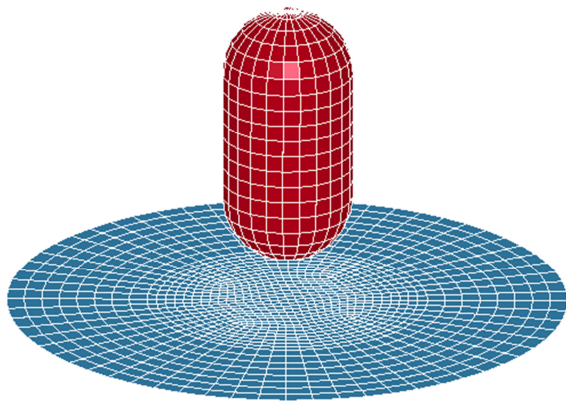


شکل ۵ هندسه مدل پرنده

1. Airolidi And Cacchione
2. PAM-CRASH
3. Different Ends

4. Equation of State





شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی کلی پرنده و سطح

برای مقایسه نتایج با نتایج تجربی از نمایه نیرو بخش بر سطح در هر لحظه استفاده می‌شود. این روش در مقالات مختلفی مورد استفاده قرار گرفته و دقت آن تایید شده است [۹، ۱۰].

#### ۵- شبکه‌بندی پرنده

در هر سه روش از المان‌های جامد مخصوص به همان روش استفاده شده است. یعنی در روش لاگرانژ از المان‌های مکعبی، در روش SPH از المان‌های SPH و در روش ALE از المان‌های مکعبی نوع ALE استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH کنترل ساعت‌شنی نیز فعال شد تا از تغییر شکل المان‌ها با انرژی صفر جلوگیری شود. برای کنترل ساعت‌شنی از الگوریتم کنترل ارائه شده توسط فلانگان بلیتسکو<sup>۵</sup> با ضریب کنترل ۰/۱۴ استفاده شده است.

شبیه‌سازی‌های به روش لاگرانژ و SPH با سه اندازه شبکه متفاوت انجام شده است تا حساسیت به اندازه شبکه نیز بررسی شود. روش ALE با دو اندازه شبکه انجام شده است. علت آن است که در روش ALE به دلیل آنکه فضای اطراف پرنده هم دارای المان است، با ریز شدن اندازه المان‌ها کد المان محدود نیاز به حافظه موقت بیشتری دارد که امکانات موجود سخت‌افزاری پاسخ‌گوی آن نبود. تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها و در اندازه‌های شبکه مختلف در جدول ۱ آمده است.

#### ۴- سطح هدف

سطح هدف مورد استفاده برای شبیه‌سازی‌های برخورد پرنده یک صفحه دیسکی شکل صلب می‌باشد. صفحه دیسکی شکل دارای قطر ۰/۴ متر و ضخامت ۱ میلی‌متر می‌باشد. علت استفاده از صفحه صلبی شکل آن است که رفتار آن مشخص است - در واقع هیچ تغییر شکلی نمی‌دهد و تنش‌ها در آن ایجاد نمی‌شود- و لذا تمام توجه به رفتار پرنده در حین برخورد معطوف می‌شود. اگرچه ویژگی‌های ماده مورد استفاده برای سطح، به دلیل صلب بودن آن تغییری در نتایج فشار ایجاد نمی‌کند، به منظور تعریف تماس، برای سطح هدف از ویژگی‌های فولاد ۴۳۴۰ استفاده شده است. برای سطح هدف، ماده‌ای با مدول کشسانی ۲۰۵ گیگاپاسکال و چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم/مترمکعب در نظر گرفته شد. دو دسته برخورد شبیه‌سازی می‌شوند. در دسته اول پرنده به صورت عمود با سرعت اولیه ۱۱۶ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند و در دسته دوم پرنده با زاویه ۳۰ درجه نسبت به خط عمود بر صفحه سرعت اولیه ۹۵ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند.

سطح هدف در تمامی شبیه‌سازی‌های این پژوهش از ۱۲۸۰ المان غشایی<sup>۱</sup> با ضخامت ۱ میلی‌متر تشکیل شده است. در شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی سطح هدف مشاهده می‌شود. برای شبیه‌سازی لاگرانژ و SPH از الگوریتم تماسی برای تعریف واکنش بین پرنده و سطح هدف استفاده شد. قید تماسی به‌طور معمول توسط روش پنالتی اعمال می‌شود. در تمامی محاسبات، تماس بین پرنده و سطح صلب توسط الگوریتم تماسی گره به‌سطح تعریف شده است. ضریب اصطکاک بین پرنده و سطح هدف برابر ۰/۱ قرار داده شده است. برخلاف دو روش SPH و لاگرانژ، برای روش ALE از الگوریتم درگیرکننده لاگرانژ در جامد<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. در این الگوریتم المان‌های ALE به عنوان المانهای اصلی<sup>۳</sup> و المان‌های سطح هدف به عنوان برده (تابع)<sup>۴</sup> تعریف می‌شوند.

1. Shell Element
2. Constrained Lagrange in Solid
3. Master
4. Slave

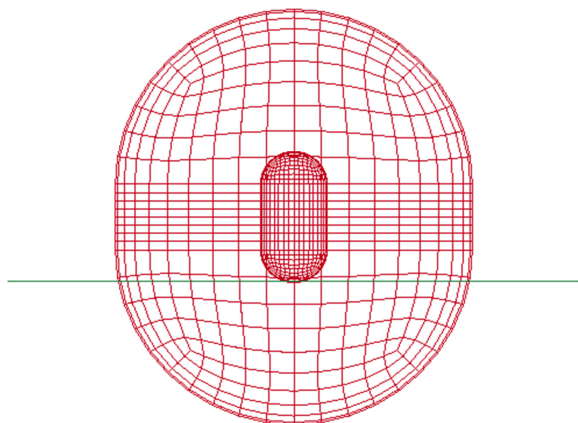
5. Flanagan-Belytschko



جدول ۱ تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها و اندازه شبکه‌های مختلف

شبیه‌سازی	شبکه درشت (۶ المان در شعاع)	شبکه متوسط (۸ المان در شعاع)	شبکه ریز (۱۲ المان در شعاع)
لاگرانژ	پرنده المان ۲۴۴۸	پرنده المان ۶۶۵۶	پرنده المان ۲۳۰۴۰
SPH	پرنده المان ۱۹۶۵	پرنده المان ۴۷۸۱	پرنده المان ۱۵۶۱۹
ALE	پرنده المان ۱۹۴۴ فضای اطراف المان ۹۱۲۰	پرنده المان ۶۴۰۰ فضای اطراف المان ۱۸۴۰۰	-

شیوه ALE همان‌طور که قبلاً گفته شد، ترکیبی از شیوه‌های لاگرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به نحوی تنظیم می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازم است -همچون مرزهای آزاد- به ماده مقید می‌شود، در غیر این صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل هستند. لذا لازم است که فضای خالی اطراف پرنده نیز شبکه‌بندی شود. پرنده و فضای اطراف آن، هر دو باید بخشی از یک دامنه محاسباتی باشند، و لذا المان‌های آن‌ها نباید با هم تداخل کنند. بنابراین ادغام گره‌های مشترک موجود بین پرنده و فضای اطرافش ضروری است. کاربر باید شبکه را به گونه‌ای تنظیم کند که با تغییر شکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل شود. در شکل ۸ نحوه شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه شبکه متوسط مشاهده می‌شود.

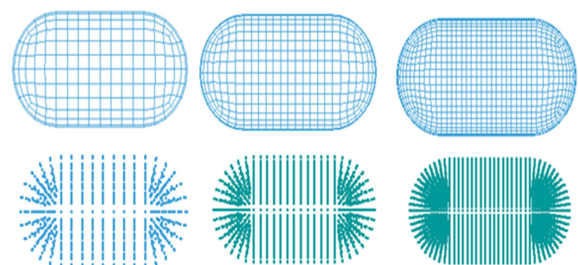


شکل ۸ شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه متوسط

### ۶- نتایج شبیه‌سازی‌های عمود

نتایج شبیه‌سازی‌های عمودی با نتایج آزمون‌های عملی انجام‌شده توسط ویلیک مقایسه می‌شود. از بین آزمون‌های ویلیک، آزمون برخورد عمودی یک پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه انتخاب شد. نمودار بی‌بعد فشار هوگونیوت، یعنی

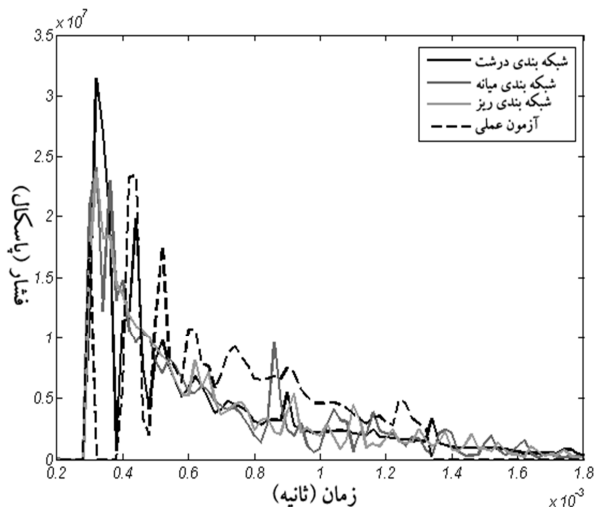
نحوه شبکه‌بندی مدل پرنده برای شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH در شکل ۷ آمده است. در نرم‌افزار LS-PrePost نمی‌توان پرنده را به صورت SPH شبکه‌بندی کرد. بدین منظور ابتدا پرنده توسط المان‌های لاگرانژی شبکه‌بندی می‌شود و سپس در گره‌های آن شبکه‌بندی، نقاط کلیدی<sup>۱</sup> تعریف می‌شود. سپس المان‌های لاگرانژی پاک شده و در نقاط کلیدی که از قبل ایجاد شده، المان‌های ذره‌ای SPH تعریف می‌شود.



شکل ۷ شبکه‌بندی لاگرانژ و SPH مدل پرنده با سه اندازه شبکه

1. Keypoint

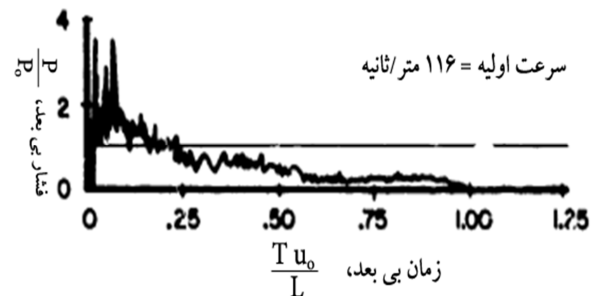
ویلیک مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود هر سه اندازه شبکه فشار بیشینه ای مشابه با نتیجه عملی پیش بینی می کنند. اگرچه با ریزتر شدن اندازه شبکه، نتیجه به نتیجه عملی نزدیک تر شده است.



شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاگرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

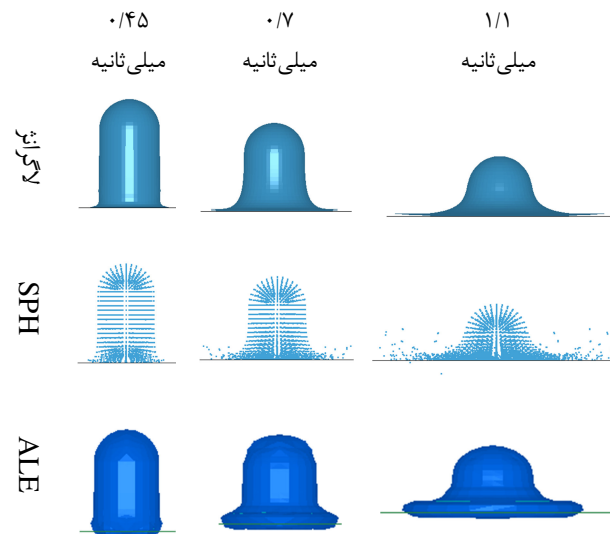
در شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه گیری شده در آزمون عملی ویلیک مقایسه شده است. فشار بیشینه اندازه گیری شده در هر سه اندازه شبکه با فشار بیشینه آزمون عملی نزدیک است اما با ریزتر شدن شبکه، فشار بیشینه روند افزایشی یا کاهش خاصی را طی نمی کند. علت این امر را می توان به خاصیت ذاتی روش SPH نسبت داد. چرا که با اندکی کوچکتر یا بزرگتر شدن اندازه شبکه، تعداد المان هایی که در لحظه اول با سطح هدف تماس پیدا می کنند تغییر زیادی می کند. این مورد اگرچه یکی از مشکلات روش SPH است، اما تغییر زیادی را در نتایج ایجاد نمی کند. علاوه بر این برخورد با سطوح نسبتاً پیچیده را تنها می توان با روش SPH مدل کرد و مدل لاگرانژ ممکن است با اعوجاج المان ها و در نتیجه اشکال در حل مواجه شود. لذا روش SPH را هیچگاه نمی توان به طور کلی کنار گذاشت.

بیشینه فشار بوجود آمده در لحظات اولی برخورد، در آزمون مورد بررسی در شکل ۹ مشاهده می شود.



شکل ۹ نمودار بی بعد فشار آزمون مرجع ویلیک - آزمون برخورد عمودی پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE در زمان های مشخص در شکل ۱۰ آمده است.

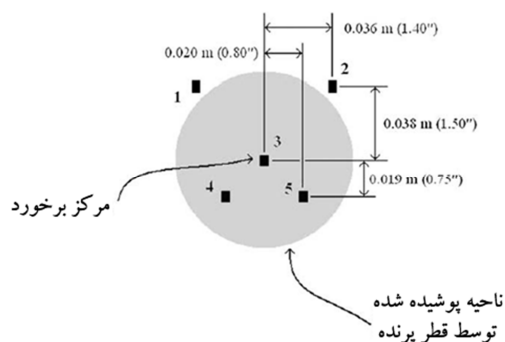


شکل ۱۰ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

همان طور که مشاهده می شود، هر سه روش در زمان های یکسان تغییر شکل های مشابهی را از پرنده پیش بینی می کنند. در شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاگرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه گیری شده در آزمون عملی

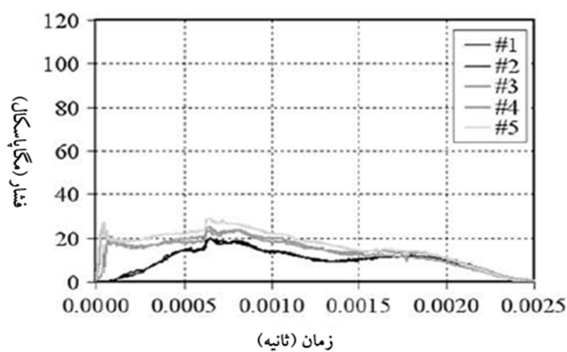
### ۷- نتایج شبیه‌سازی‌های مورب

نتایج شبیه‌سازی‌های مورب با نتایج آزمون‌های عملی انجام‌شده توسط لاوویه مقایسه می‌شود [۱۱]. در آزمون لاوویه سطح برخورد با مسیر حرکت توده ژلاتینی زاویه ۳۰ می‌سازد. او از مدل پرنده‌ای به جرم یک کیلوگرم بهره برد. لاوویه برای ثبت فشار اعمالی پرنده روی سطح صلب از پنج کرنش سنج<sup>۱</sup> کربنی در شعاع‌های مختلف از مرکز برخورد استفاده کرد. در شکل ۱۴ نحوه چیدمان کرنش سنج‌های کربنی با شماره‌های ۱ تا ۵ مشاهده می‌شود.

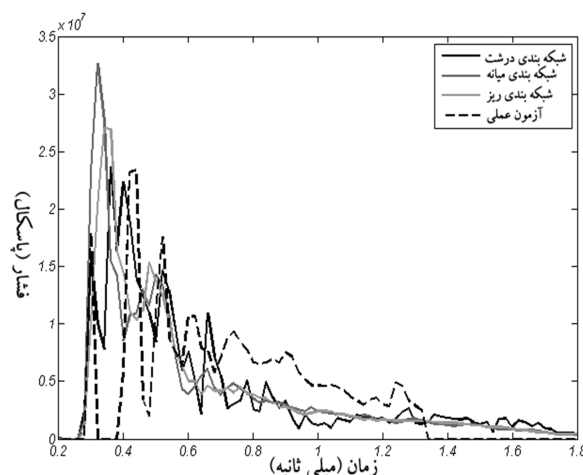


شکل ۱۴ نحوه چیدمان گیج‌های کربنی

در شکل ۱۵ نمایه فشار برخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش‌سنج‌های ۱ تا ۵، مشاهده می‌شود.

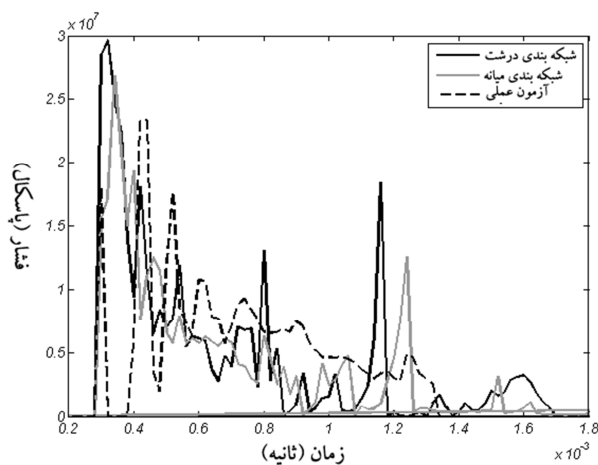


شکل ۱۵ نمایه فشار برخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش‌سنج‌های ۱ تا ۵



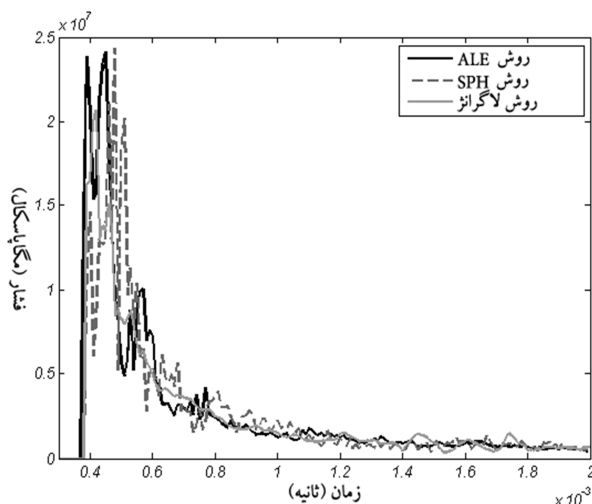
شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

در شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلیک مقایسه شده است. قابل ذکر است که به علت کمبودهای سخت‌افزاری امکان انجام شبیه‌سازی با اندازه شبکه ریز وجود نداشت. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، با کاهش اندازه شبکه، بیشینه فشار مرکز برخورد کاهش یافته و به بیشینه فشار آزمون عملی نزدیک‌تر می‌شود.



شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

1. gage



شکل ۱۷ تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

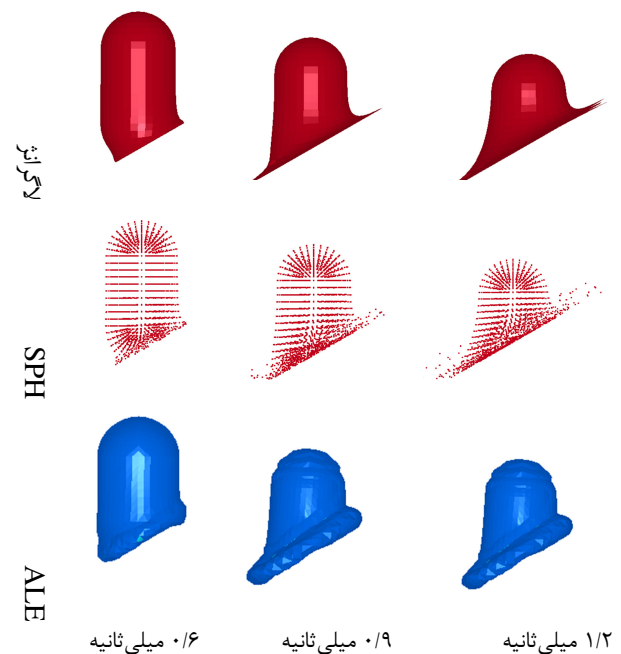
همان طور که مشاهده می شود هر سه روش فشار بیشینه ای نزدیک به فشار بیشینه آزمون عملی پیش بینی می کنند. در هر سه روش فشار مرکز ضربه روند مشابهی را طی می کند. یعنی پس از ایجاد یک یا چند قله فشار، نمودار فشار رو به افول نهاده و پس از مدتی و با شیب کم به صفر میل می کند.

## ۸- نتیجه گیری

در این پژوهش، روش های مدل سازی عددی برخورد پرنده با مقادیر تجربی و نیز با یکدیگر مقایسه شده اند. هر سه روش لاگرانژ، SPH و ALE به خوبی می توانند نمودار فشار آزمون های عملی را چه در برخورد عمود و چه در برخورد مورب پیش بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرنده را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش بینی می کنند. زمان حل در روش لاگرانژ از همه کمتر، در روش SPH میانه و روش ALE از همه بیشتر بود. مهمترین اشکال روش لاگرانژ خطاهای عددی بود که به دلیل اعوجاج در المانها بوجود می آمدند. برای حل خطاهای عددی نیاز به تلاش و صرف وقت فراوانی بود. روش SPH اگرچه برای حل نیاز به زمان بیشتری داشت اما با اشکالات حل مواجه نمی شد و نیازی به تغییر پارامترها در آن نبود. روش ALE نیز همچون روش SPH با اشکالات در حل مواجه نمی شد اما برای مدل سازی

برای برخورد پرنده با سطح شیب دار برای هر روش شبیه سازی، یک حل با اندازه شبکه متوسط انجام شد. برای شبیه سازی لاگرانژ پرنده دارای ۵۶۳۲ المان جامد، برای شبیه سازی SPH پرنده دارای ۴۲۶۳ المان SPH و برای روش ALE پرنده دارای ۶۴۰۰ المان و فضای اطراف آن دارای ۱۸۴۰۰ المان می باشد. در این شبیه سازی ها اگرچه سطح هدف به جای المان های غشایی از المان های جامد تشکیل شده است، اما از آنجا که جنس سطح هدف صلب در نظر گرفته شده است، تغییر ایجاد شده در سطح هدف تغییری در نتایج حل ایجاد نمی کند.

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE در زمان های مشخص در شکل ۱۶ آمده است.



شکل ۱۶ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاگرانژ، SPH و ALE

همان طور که از نحوه تغییر شکل پرنده مشخص است، هر سه روش برای مدل پرنده تغییر شکل مشابهی را در زمان های یکسان پیش بینی می کنند. تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش در شکل ۱۷ آمده است.

- [5] Langrand, B., Bayart, A.S., Chauveau, Y. and Deletombe, E.; "Assessment of Multi-Physics FE Methods for Bird Strike Modelling – Application to a Metallic Riveted Airframe", *International Journal of Crashworthiness*, Vol. 7, No. 4, 2002, pp 415–428.
- [6] Airoidi, A. and Cacchione, B.; "Modelling of impact forces and pressures in Lagrangian bird strike analyses". *International Journal of Impact Engineering* 32, 2006, pp 1651–1677.
- [7] Wilbeck, J.S.; "Impact behavior of low strength projectiles", *Air Force Materials Laboratory*; 1977.
- [8] Cassenti, B.N.; "Hugoniot pressure loads in soft body impact", In: *Proceedings of the 20th structural dynamics, and materials conference*, 1979, pp 241–8.
- [9] Mao, R. H., Meguid, S. A., Ng, T. Y.; "Transient three dimensional finite element analysis of a bird striking a fan blade", *Int J Mech Mater Des*, Vol. 4, No. 1, 2008, pp 79–96.
- [10] Mao, R. H., Meguid S. A., Ng, T. Y.; "Effects of incidence angle in bird strike on integrity of aero-engine fan blade", *International Journal of Crashworthiness*, Vol. 14, No. 4, 2009, pp 295–308.
- [11] Lavoie, M.A., Gakwaya, A., Nejad Ensan, M., Zimcik, D.G., Nandlall, D.; "Bird's substitute tests results and evaluation of available numerical methods", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 36, No. 10-11, 2009, pp 1276–1287

پرنده و تعریف تماس نیاز به تعریف پارامترهای زیادی داشت. علاوه بر اینها نحوه تعریف المانهای فضای اطراف پرنده به نحوی که بتوان تغییر شکل سریع پرنده را دنبال کند از دیگر اشکالات این روش بود. در کل مقایسه سه روش، شایستگی بهتر روش SPH را در مدل سازی برخورد پرنده نشان می دهد.

## ۹- منابع

- [1] York, D.L., Cummings, J.L., Engeman, R.M., and Wedemeyer, K.L.; "Hazing and movements of Canada geese near Elmendorf Air Force Base in Anchorage", *Alaska, Int. Biodeterior. Biodegrad.* Vol. 4, No. 3–4, 2004, pp 103–110.
- [2] Lucy, L.B.; "A Numerical Approach to the Testing of Fusion Process", *The Astronomical Journal*, Vol. 88, 1977, pp 1013–1024.
- [3] Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.; "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-SPHERical Stars", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181, 1977, pp 375–389.
- [4] Lacombe, J.; "Smooth Particle Hydrodynamics - Part II", *FEA Information International News for the World-Wide Engineering Community*, November 2001, pp 6-11.